

考虑计算参数不确定性的边坡稳定分析

赵志峰, 徐卫亚

(河海大学 岩土工程研究所, 南京 210098)

摘 要: 岩土体当中存在大量的不确定因素, 给边坡的稳定性分析判断带来了困难。在分析了计算参数的不确定性是影响分析可靠性的主要原因的基础上, 运用模糊集理论考虑计算参数的不确定性, 提出了模糊参数的具体构造方法和边坡稳定的不确定性分析思路。该方法可以根据不同隶属度下的参数截集区间, 计算出相应隶属度下的安全系数区间, 并可由此得到边坡的可靠性指标和安全系数建议值。通过不同算例研究表明, 使用此方法能充分考虑计算参数的不确定性, 得到的安全系数更加科学可靠。

关 键 词: 边坡稳定; 不确定性; 计算参数; 安全系数

中图分类号: TU 411

文献标识码: A

Analysis of slope stability considering uncertainty of the computation parameters

ZHAO Zhi-feng, XU Wei-ya

(Institute of Geotechnical Engineering, Hohai University, Nanjing 210098, China)

Abstract: Due to many uncertainties in the geotechnical mass, the appreciation of the slope stability is very difficult. On the basis of the conclusion that the uncertainty of the computation parameters is the main factor which influences the reliability of the stability analysis, the fuzzy set theory is used to consider the uncertainty of the computation parameters; and the constitution method of the fuzzy parameters and the idea for analyzing the uncertainty are put forward. By this way, the cut intervals of the safety factor under different membership degrees can be easily calculated according to the corresponding cut intervals of parameters; and the reliability index of the slope stability and the recommended single safety factor can be got. Different examples are studied; and it is shown that this method can fully consider the uncertainty of the computation parameters; and the obtained safety factor is more reasonable and reliable.

Key words: slope stability; uncertainty; computation parameter; safety factor

1 前 言

目前边坡稳定分析评价大致可分为确定性分析方法和不确定性分析方法两类^[1]。由于岩土体在长期的形成过程中受到多种因素的共同作用, 致使岩土工程的研究对象中存在着众多的不确定性因素, 这给边坡的稳定性评价和分析带来了极大的困难, 因此确定性分析方法的分析结果并不十分理想。具体说来影响分析结果的不确定性因素主要有: (1) 计算模型和计算方法的局限性, 例如利用各种极限平衡条分法在计算边坡安全系数时需要做某些假定; (2) 计算模型中岩土参数的不确定性。同模型

和方法的局限性相比, 岩土材料参数的不确定性是影响计算分析可靠性的最重要的因素^[2]。

在以往的边坡稳定分析中, 往往在计算前对计算参数的不确定性(随机性或模糊性)加以剔除, 选用某个确定的值进行稳定分析。这样计算出的结果往往难以反映问题的真实性和复杂性。随着认识的深入, 数学中的概率理论成为用来研究岩土参数不确定性的主要工具。此类方法将岩土材料的重度、凝聚力、摩擦角等计算参数当作随机变量来研究。然而, 在岩土工程中的实际情况是由于各方面条件的限制, 得到的材料参数方面的数据信息十分有限, 因此, 很难得到不确定性参数的概率分布情况^[3]。

而且概率分析方法无法考虑工程经验这类主观的判断。所以在边坡稳定问题上,传统的概率分析方法难以发挥大的作用^[4]。

在实际工程中,测量岩土材料参数的过程包含了大量的人为因素和各种误差,材料参数并不都是随机的或可量化的。在数据有限的情况下,基于模糊集理论考虑参数的不确定性更为合理。将计算参数用模糊数表示,既可以利用已知的客观信息来考虑参数的不确定性,又可以加入由工程经验得到的主观判断因素,使用起来更加灵活、可靠。本文结合模糊数学方法处理计算参数的不确定性,进行边坡安全稳定性的分析计算。

2 模糊集的基本概念^[5]

2.1 模糊集和隶属函数

给定一个论域 X , 设在论域 X 上给定了映射 $\mu: X \rightarrow [0,1]$, 则说 μ 确定了 X 上的一个模糊集, 记为 $A \in F(X)$, μ 称为 A 的隶属函数, 记作 $\mu_A(x)$ 。

对 $x_0 \in X$, $\mu_A(x_0)$ 称为元素 x_0 关于 A 的隶属度, 它表示元素 x_0 属于 A 的程度。模糊集 A 可以完全由其隶属函数表示:

$$A = \{x, \mu_A(x)\} \quad (1)$$

2.2 模糊集与普通集的关系

实际中常用的隶属函数的形状有: 三角形、矩形、梯形、 k 次抛物线型、 Γ 形等。三角形隶属函数(图 1)由于确定所需的参数较少 (a, b, c), 应用较广。由三角形隶属函数确定的模糊函数为三角形模糊数。

模糊集是由其隶属函数具体刻画的, 它所表示的概念的外延是不分明的。然而在处理实际问题时, 往往必须对模糊概念有个明确地认识与判定, 要判断某个元素对模糊集的明确地归属, 即要求模糊集与普通集之间可以相互转化。模糊集的 λ 水平截集是解决这一问题行之有效的手段。

λ —水平截集: 如果假定水平用 λ 表示, $\lambda \in [0,1]$ 。 A 是 X 上的模糊子集, 则 A 的 λ 水平截集可以定义为

$$A_\lambda = \{x \in X | \mu_A(x) \geq \lambda\}, \lambda \in [0,1] \quad (2)$$

如图 1 所示, 三角形隶属函数由 a, b, c 三个值确定。在 0 到 1 隶属度之间作一水平直线 λ_i , 与三角形模糊数交于两点 λ_i^- 、 λ_i^+ , 这样就得到了 λ_i —水平上的一个区间 A_{λ_i} 。它表示 A 中所有隶属度大于等于 λ_i 的元素组成的集合。

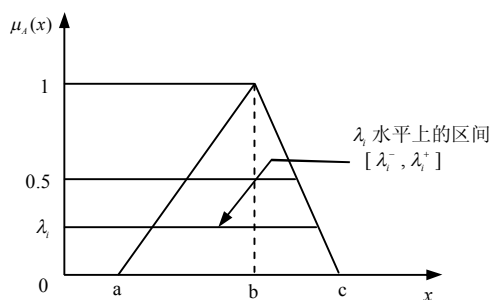


图 1 三角形模糊数的水平截集

Fig.1 The cut level of triangle fuzzy number

2.3 最大隶属原则

设 $A \in F(X)$, $x_1, x_2, \dots, x_n \in X$ 。若存在 x_i , 使: $\mu_A(x_i) = \max\{\mu_A(x_1), \mu_A(x_2), \dots, \mu_A(x_n)\}$ 则在 $x_i, x_2, \dots, x_n$ 中, 相对优先选择 x_i 最属于 A 。

3 边坡稳定性分析的不确定性方法

刚体极限平衡分析法由于概念清楚, 计算原理简单, 可以给出边坡稳定系数的定量值, 因此, 在实际工程的边坡稳定分析中应用很广, 是边坡稳定分析的最主要方法之一。但由于方法本身的局限性以及影响边坡稳定的众多因素的不确定性, 致使该方法的应用受到了一定的限制。有些边坡计算出的安全系数较高, 但却发生了破坏^[6], 这其中参数的不确定性是影响计算精度的一个重要原因。要选用一个确定的参数值进行稳定分析在实际中比较困难, 因此, 应该在充分考虑计算参数不确定性的基础上, 使用刚体极限平衡法进行边坡的稳定分析。

3.1 不确定参数的构造方法

在使用极限平衡分析时, 不确定性的计算参数主要包括重度 γ , 凝聚力 c 和内摩擦角 φ 以及地下水深度 d 。在岩土工程中, 根据试验结果得到这些参数的均值和标准差是有可能的, 所以可以将计算参数表示成三角形模糊数。即使在试验资料不足的情况下也可以根据专家经验确定出参数的上下极限值和最可能的取值, 因此也可以用三角形模糊数表示其不确定性。

统计学上将偏差大于 3 倍标准差的离群值称为高度异常的异常值, 这种定义异常值的原则称为 3 倍标准差原则, 其显著性水平 $\alpha = 0.001$ 。将偏差大于 2 倍标准差的测值称为异常值, 其显著性水平 $\alpha = 0.028$ 。将参数均值偏离 ± 3 倍标准差可以包括绝大部分的参数范围, 但算出的安全系数的范围也较大, 所以在实际应用可将标准差的范围取为 2 倍以内。

设参数的均值为 ε , 标准差为 σ (也可以把 ε 、 σ 理解为参数的最可能值和偏差)。参数的取值范围为 $\varepsilon \pm n\sigma$, 即在图 1 中 $a = \varepsilon - n\sigma$, $b = \mu$, $c = \varepsilon + n\sigma$ 。对模糊参数 x 取不同的水平截集 λ_i , 即可把模糊数表示为区间数 $[x_{\lambda_i}^-, x_{\lambda_i}^+]$, 然后可以进行确定性的计算。

3.2 基于不确定参数的计算方法

关于利用区间数对传统的刚体极限平衡方法进行改进在文^[6-7]中已有所研究。思路主要是将不同截集水平上区间数的上下限带入极限平衡公式 (瑞典法或毕晓普法), 根据区间数的运算法则得出这一截集水平上安全系数 F_s 的上限和下限值。具体做法如下:

$$F_s = \frac{g(\gamma, c, \varphi, \omega, v(\dots))}{h(\gamma, c, \varphi, \omega, v(\dots))} \quad (3)$$

极限平衡法的公式一般可写成参数函数 $g(\cdot)$ 与 $h(\cdot)$ 分式的形式, 如式 (3), 其中自变量 γ 、 c 、 φ 分别表示重度、凝聚力和内摩擦角; ω 表示孔隙水压力; $v(\cdot)$ 表示与土条形状和位置有关的变量函数。将不确定参数 γ 、 c 、 φ 表示成区间数 $[\gamma_{\lambda_i}^-, \gamma_{\lambda_i}^+]$, $[c_{\lambda_i}^-, c_{\lambda_i}^+]$, $[\varphi_{\lambda_i}^-, \varphi_{\lambda_i}^+]$ 。把下限值代入公式 (3) 中的分子, 上限值代入分母, 得出安全系数 F_s 的下限 F_s^- 表达式; 相反即可得到 F_s 的上限 F_s^+ 表达式, 如下所示:

$$F_s^- = \frac{g(\gamma_{\lambda_i}^-, c_{\lambda_i}^-, \varphi_{\lambda_i}^-, \omega, v(\dots))}{h(\gamma_{\lambda_i}^+, c_{\lambda_i}^+, \varphi_{\lambda_i}^+, \omega, v(\dots))} \quad (4)$$

$$F_s^+ = \frac{g(\gamma_{\lambda_i}^+, c_{\lambda_i}^+, \varphi_{\lambda_i}^+, \omega, v(\dots))}{h(\gamma_{\lambda_i}^-, c_{\lambda_i}^-, \varphi_{\lambda_i}^-, \omega, v(\dots))} \quad (5)$$

在运用以上公式计算安全系数时, 得到的安全系数的区间范围一般较大, 换句话说安全系数的模糊性较强, 在实际运用和判断边坡稳定上比较困难。而且需要事先给定危险滑弧的位置, 然后运用改进后的公式进行计算。因此, 在滑弧未知的情况下, 使用起来比较困难。而且这些方法均是在确定的滑弧上使用不确定的参数计算出模糊安全系数, 但在参数不确定的情况下, 搜索出的危险滑弧应该也是不确定的。

基于以上考虑, 采用一种更直接简便的方法来考虑边坡材料参数的不确定性。即利用刚体极限平衡计算程序, 直接输入不同水平截集 λ_i 的参数 γ 、 c 、 φ 和地下水深度 d 的下限值和上限值, 搜索危险滑弧并计算出安全系数 F_s 的下限值和上限值。

具体计算时取数个截集水平 N , 分别计算出各

自水平上的安全系数区间, 由此可得到安全系数的模糊形式。在实际工程应用中, 常需要给出一个安全系数的确定值。如果根据最大隶属原则给定隶属度最大的安全系数, 则未充分考虑参数模糊性的影响。如果设计人员必须提供一个确定的安全系数数值, 建议采用以下两种方法。一种方法是将隶属度大于 0.5 的安全系数下限值相加求平均, 给出一个最后的安全系数定值^[9]。这种方法有些保守, 但便于应用。另一种方法是选择 $\lambda_i = 0.7$ 时计算出的安全系数的下限值作为安全系数的定值^[3]。

如果需要依据模糊安全系数得到边坡的可靠度, 可以参考公式 (6)~(8) 计算出 $E[F_s]$ 和 $\sigma[F_s]$, 进而可计算出可靠性指标 β ^[3]:

$$E[F_s] = \sum_{i=1}^N \lambda_i \omega_{\lambda_i} / N \quad (6)$$

当不考虑材料参数之间的相关性时, 有

$$\omega_{\lambda_i} = F_{s\lambda_i}^- + F_{s\lambda_i}^+ \quad (7)$$

$$\omega_{\lambda_i}^2 = (F_{s\lambda_i}^-)^2 + (F_{s\lambda_i}^+)^2 \quad (8)$$

这种计算方法可直接根据计算出的不同隶属度下的安全系数区间上下限值来计算出边坡的可靠性指标, 不同于以往经常使用的蒙特卡洛法或一次二阶矩法。使用起来比较方便, 而且可靠性指标越大, 说明边坡的安全稳定性越有保证。

4 算例研究

4.1 均质土坡算例

首先考虑文^[8]中的一个比较简单的均质土坡算例, 几何尺寸和边坡材料参数均按文中取值。边坡的几何尺寸如图 2 所示。

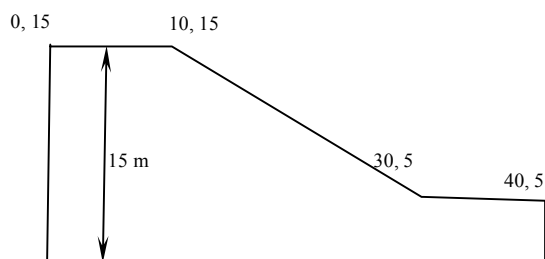


图 2 均匀土坡计算简图 (单位: m)

Fig.2 Sketch of the homogeneous soil slope (unit: m)

参数凝聚力和摩擦角的三角模糊数按 $\varepsilon \pm n\sigma$ 构造, 取 9 个截集水平 (λ_i 从 0.10 到 0.90)。当 $n = 1$ 和 $n = 2$ 时, 计算出的安全系数如图 3 所示:

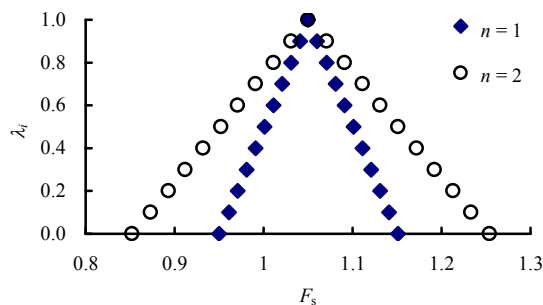


图3 安全系数隶属函数图

Fig.3 Membership function of safety factor

由图3可以看出,当 $n=2$ 时,即参数的模糊性较大时,计算出的安全系数的范围也较大,区间为 $[0.85, 1.25]$;当 $n=1$ 时,计算出的安全系数的模糊性明显减小,因此可根据实际情况决定计算参数的模糊性取值;当 $n=1$,即取一倍标准差时的具体参数取值及计算出的安全系数区间见表1所示。

表1 不同 λ —的计算结果Table 1 Computation result of different values of λ —level

λ_i 水平	c_i^-	c_i^+	φ_i^-	φ_i^+	F_s^-	F_s^+
0.10	2.73	3.27	18.07	21.13	0.961	1.141
0.20	2.76	3.24	18.24	20.96	0.971	1.131
0.30	2.79	3.21	18.41	20.79	0.981	1.121
0.40	2.82	3.18	18.58	20.62	0.991	1.111
0.50	2.85	3.15	18.75	20.45	1.001	1.101
0.60	2.88	3.12	18.92	20.28	1.011	1.091
0.70	2.91	3.09	19.09	20.11	1.021	1.081
0.80	2.94	3.06	19.26	19.94	1.031	1.071
0.90	2.97	3.03	19.43	19.77	1.041	1.060

由表1中的数据,根据公式(6)~(8)计算出边坡的可靠性指标 $\beta=1.225$ 。当 $n=2$ 时,计算出的可靠性指标明显降低($\beta=0.65$)。而文[8]中计算出的 $\beta=1.256$,可见对于本算例,计算参数范围取 $\varepsilon \pm \sigma$ 时,算出可靠性指标值的误差 $<5\%$ 。

采用3.2节中提到的给出安全系数定值的方法,计算出当 $n=1$ 时, $F_s=(1.001+1.011+1.021+1.031+1.041)/5=1.021$,与 $\lambda_i=0.7$ 时的安全系数的下限值一致。而当 $n=2$ 时,第1种方法计算出的 $F_s=0.991$,与第2种方法取的 F_s 数值一致。

4.2 非均质土坡算例

考虑图4所示的非均质边坡,材料参数见表2。

由于重度的误差一般较小,此分析中不考虑重度的模糊性。凝聚力、摩擦角的均值和标准差列于

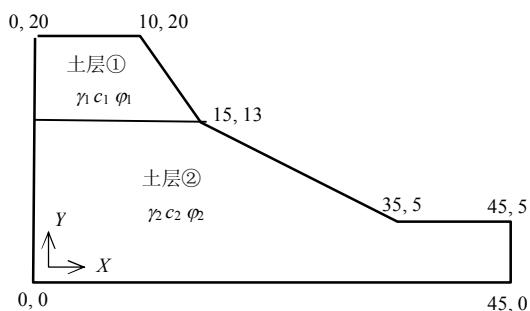


图4 非均质土坡计算简图(单位:m)

Fig.4 Sketch of heterogeneous slope (unit: m)

表2 非均质土坡计算参数

Table 2 Computation parameters of heterogeneous slope

土层 统计值	土层①			土层②		
	凝聚力 /kPa	摩擦角 /(°)	重度 /kN·m ⁻³	凝聚力 /kPa	摩擦角 /(°)	重度 /kN·m ⁻³
均值	20.0	24.5	22.6	26.0	17.8	18.3
标准差	2.4	3.0		3.9	1.8	

表2。考虑到地下水对边坡稳定有着十分重要的影响^[10],而且精确地确定地下水位置比较困难,所以算例中也考虑了地下水埋深 d 的模糊性。设地下水深度的均值为12m,误差为3m。同前面的计算方法相似,首先进行参数的模糊取值,然后代入极限平衡程序计算。当取一倍标准差时的参数及计算结果区间见表3。可以看出,当参数在均值 ± 1 倍标准差的范围内取值时,计算得到的安全系数的区间为 $[1.156, 1.453]$ 。根据3.2节中提到的第一种方法,可以给出安全系数的定值为 $F_s = (1.225+1.241+1.262+1.274+1.296)/5=1.260$ 。而当 $\lambda=0.70$ 时的安全系数的下限值为1.262,所以两种方法给出的安全系数比较一致。

当参数模糊范围为均值 ± 2 倍标准差时,计算得到的安全系数的模糊性明显增强,见图5。采用同样方法,计算出的安全系数 $F_s=1.210$;而 $\lambda=0.70$ 时的安全系数的下限值为1.209。且当隶属度大于0.50时,安全系数都在1.20以上。由此可见,此边坡基本稳定,而且随着参数模糊性的增强,安全系数建议值有所减小。

利用式(6)~(8)可计算出此当取一倍标准差($n=1$)时,边坡的可靠度 $\beta=4.03$;当取2倍标准差($n=2$)时, $\beta=2.26$ 。说明参数不确定性的增强会导致边坡可靠度的减小。由于此边坡的材料强度高于算例1中的均质边坡,所以安全系数和可靠度有明显提高。

表 3 非均质土坡的计算结果
Table 3 Computation result of heterogeneous slope

λ_i 水平	c_{1i}^-	c_{1i}^+	φ_{1i}^-	φ_{1i}^+	c_{2i}^-	c_{2i}^+	φ_{2i}^-	φ_{2i}^+	d_i^-	d_i^+	F_s^-	F_s^+
0.10	17.84	22.16	21.80	27.20	22.49	29.51	16.18	19.42	9.3	14.7	1.156	1.453
0.20	18.08	21.92	22.10	26.90	22.88	29.12	16.36	19.24	9.6	14.4	1.173	1.445
0.30	18.32	21.68	22.40	26.60	23.27	28.73	16.54	19.06	9.9	14.1	1.188	1.432
0.40	18.56	21.44	22.70	26.30	23.66	28.34	16.72	18.88	10.2	13.8	1.206	1.423
0.50	18.80	21.20	23.00	26.00	24.05	27.95	16.90	18.70	10.5	13.5	1.225	1.414
0.60	19.04	20.96	23.30	25.70	24.44	27.56	17.08	18.52	10.8	13.2	1.241	1.397
0.70	19.28	20.72	23.60	25.40	24.83	27.17	17.26	18.34	11.1	12.9	1.262	1.383
0.80	19.52	20.48	23.90	25.10	25.22	26.78	17.44	18.16	11.4	12.6	1.274	1.363
0.90	19.76	20.24	24.20	24.80	25.61	26.39	17.62	17.98	11.7	12.3	1.296	1.341

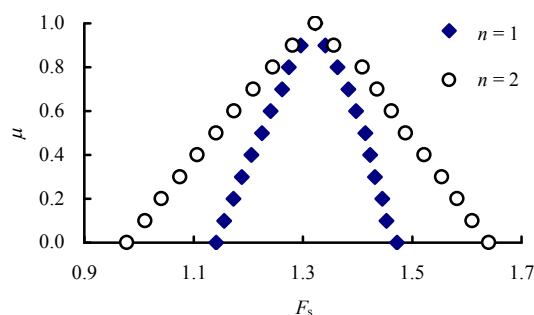


图 5 安全系数隶属函数图

Fig.5 Membership function of safe factor

通过两个算例的研究表明，在计算参数不确定性对计算结果有直接的影响。

5 结 语

简要回顾了边坡稳定分析中的不确定性因素及处理方法，指出参数的不确定性直接影响边坡的安全稳定性。在此基础上使用模糊集理论考虑计算参数的不确定性，并将具有模糊性的参数结合刚体极限平衡方法进行边坡的不确定性分析。使用此方法可以得出不同隶属度对应的安全系数，并根据这些不同隶属度对应的安全系数值计算出边坡的可靠性指标，得到安全系数的建议值。由于充分考虑了边坡分析中的不确定性参数信息，计算出的安全系数的区间范围较以往方法明显减小，因此，便于实际应用。通过不同算例的研究表明，这种分析方法同以往只给出一个固定安全系数的定量分析方法相比，更加科学合理。

本文中采用的是三角形隶属函数来研究参数的不确定性。如果有需要，还可以采用其他形式的线性或非线性隶属函数形式描述参数的不确定性并进

行边坡安全可靠性研究。

算例表明，此方法可用于分析均质或非均质边坡。当计算参数的不确定性增强时，计算出的安全系数的区间范围将增大，安全系数的建议值将减小，计算出的可靠性指标也有所降低，说明计算参数的不确定性对边坡的安全稳定有着直接的影响，在分析时应予以充分的考虑。

参 考 文 献

- [1] 沈良峰, 廖继原, 张月龙. 边坡稳定性分析评价方法研究及趋向[J]. 建筑科学, 2004, 20(6): 43—46.
SHEN Liang-feng, LIAO Ji-yuan, ZHANG Yue-long. Comment on the analysis and evaluation method for slope stability[J]. **Building Science**, 2004, 20(6): 43—46.
- [2] Abdallah I, Husein Malkawi, Waleed F. Hassan, Fayez A. Abdulla. Uncertainty and reliability analysis applied to slope stability[J]. **Structural Safety**, (2000)22: 161—187.
- [3] G.R. Dodagoudar, G. Venkatachalam. Reliability analysis of slope using fuzzy sets theory[J]. **Computers and Geotechnics**, (2000)27: 101—115.
- [4] Christian J T, Ladd C C, Baecher G B. Reliability applied to slope stability analysis [J]. **Journal of Geotechnical Engineering**, ASCE 120(12): 2 180—2 207.
- [5] 黄健元. 模糊集及其应用[M]. 银川: 宁夏教育人民出版社, 2000.
- [6] 徐卫亚, 蒋中明, 石安池. 基于模糊集理论的边坡稳定性分析[J]. 岩土工程学报, 2003, 25(4): 409—413.
XU Wei-ya, JIANG Zhong-ming, SHI An-chi. Slope stability analysis using fuzzy sets theory[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 2003, 25(4): 409—413.

-
- [7] 喻和平. 区间分析理论及其在边坡工程中的应用[D]. 南京: 河海大学, 2006.
- [8] 陈祖煜. 土质边坡稳定分析 — 原理·方法·程序[M]. 北京: 中国水利水电出版社, 2003.
- [9] Juang C H, Yui-Yao Jhi, Der-Her Lee. Stability analysis of existing slopes considering uncertainty [J]. **Engineering Geology**, 49(1998): 111—122.
- [10] 高小育, 廖红建, 丁春华. 渗流对土质边坡稳定性的影响[J]. 岩土力学, 2004, 25(1): 69—72
GAO Xiao-yu, LIAO Hong-jian, DING Chun-hua. Seepage effects on soil slope stability [J]. **Rock and Soil Mechanics**, 25(1): 69—72.